Übungsblatt 11
für 4.7/7.7.

Übungen zu Physik II: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr
H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110927, SS 2005

http : //pauli.uni − muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html
*=Aufgaben aus der Experimentalphysik

SCHRIFTLICH:

Aufgabe 1: Gefrierpunktserniedrigung* (2 P)

Berechnen Sie die in 1 Liter Wasser zu lösende Menge Glycerin ($C_3H_8O_3$, $M_{\text{Glycerin}} = 92{,}1\,\text{g/mol}$), um dem Gefrierpunkt der Glycerin-Wasser-Lösung auf $T = -5\,°\text{C}$ abzusenken. Die molare Schmelzwärme des Wassers beträgt $s_{\text{m}} = 6007\,\text{J/mol}$ und die Molmasse $M_{\text{Wasser}} = 18\,\text{g/mol}$.

Aufgabe 2: Wasserkocher* (1 P)

Welche Zeit t ist erforderlich, um in einem Wasserkocher, der die Leistung $P = 1800\,\text{W}$ hat, 1 Liter Wasser von $20\,°\text{C}$ bis zum Sieden zu erhitzen? Die spezifische Wärmekapazität von Wasser hat den Wert $c_{\text{Wasser}} = 4{,}18\,\text{J/g\,K}$.

Aufgabe 3: Kinetische und potentielle Energie

In vielen Fällen gilt, daß $\partial U/\partial T = C_V(V,T)$ unabhängig ist von V und $\partial U/\partial V$ unabhängig ist von T. Dann interpretiert man die Gleichung

$$\mathrm{d}U = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right|_V \mathrm{d}T + \left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T \mathrm{d}V \tag{1}$$

(siehe auch Aufgabe 5 Übungsblatt 9) wie folgt:

$$U(V,T) = \underbrace{\int C_V(T)\,\mathrm{d}T}_{U_{\mathrm{kin}}(T)} + \underbrace{\int \left[T\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_V - P\right]\mathrm{d}V}_{U_{\mathrm{pot}}(V)} \ . \tag{2}$$

D.h., der erste Term beschreibt die kinetische Energie der Gasteilchen durch die Wärmebewegung, während der zweite Term die potentielle Energie beschreibt, die sich aus der gegenseitigen Anziehung und Abstoßung der Gasteilchen ergibt.

a) Die thermische Zustandsgleichung der Rigby-Gases ist gegeben durch

$$P(T,V) = \frac{NRT}{V} f_1\left(\frac{N}{V}\right) - f_2\left(\frac{N}{V}\right) \tag{3}$$

wobei $f_1(x)$ und $f_2(x)$ bestimme Funktionen sind. Zeigen Sie mit Hilfe von

$$\left.\frac{\partial C_V(V,T)}{\partial V}\right|_T = T\left.\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right|_V \tag{4}$$

(siehe auch Aufgabe 5 Übungsblatt 9), daß C_V unabhängig ist von V. Bestimmen Sie $\partial U/\partial V$ über

$$\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T = T\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_V - P \tag{5}$$

und zeigen Sie so, daß $\partial U/\partial V$ unabhängig ist von T. (2 P)

b) Die zweite Rigby-Funktion lautet

$$f_2(N/V) = \alpha\frac{A}{V^{\alpha+1}} - \beta\frac{B}{V^{\beta+1}} \tag{6}$$

mit $\alpha, \beta, A, B > 0$. Bestimmen Sie U und U_{pot}. Bestimmen Sie U_{pot} für das ideale Gas und für das Van der Waals-Gas: $U_{vdW}(V,T) = C_V T - a\frac{N^2}{V} + U_0$. Zeichnen Sie $U_{\mathrm{pot}}(V)$ für das ideale Gas, das Van der Waals-Gas und das Rigby-Gas. Warum ist das Rigby-Gas das beste der drei Gas-Modelle? (2 P)

MÜNDLICH:

Aufgabe 4: Virialentwicklung

Die Zustandsgleichungen vieler Gases lassen sich in Form von

$$\frac{Pv}{RT} = f(T, 1/v) \tag{7}$$

mit $v = V/N$ schreiben. Entwickelt man $f(T, x)$ an der Stelle $x = 0$ in eine Taylorreihe, so erhält man die Virialdarstellung einer Zustandsgleichung.

Bestimmen Sie jetzt das Van der Waals-Gas

$$\frac{Pv}{RT} = -\frac{a}{RTv} + \frac{v}{v-b} \tag{8}$$

und das Redlich-Kwong Gas

$$\frac{Pv}{RT} = -\frac{a(T)}{RT(v+b)} + \frac{v}{v-b} \ . \tag{9}$$

a) Schreiben Sie die rechten Seiten der Zustandsgleichungen (8) und (9) zunächst so um, daß die Gleichungen nur Ausdrücke der Form $1/v$ erhalten. (2 P)

b) Bestimmen Sie dann die Virialentwicklungen des Van der Waals-Gases und des Redlich-Kwong Gases. Benutzen Sie dazu die Binominalentwicklungen bzw. Taylorreihen der Ausdrücke $1/(1+x)$ und $1/(1-x)$. (2 P)

Aufgabe 5: $P-V$ und $S-T$-Diagramme

In der Abbildung unten sind drei Paare von Diagrammen gegeben. Die $P-V$-Diagramme beschreiben für ein ideales Gas mit konstanter Wärmekapazität die folgenden reversiblen Kreisprozesse: a) Carnotscher Kreisprozeß, b) Otto Kreisprozeß und c) Joulescher Kreisprozeß. Die Zustandsänderungen 12 und 34 stellen adiabatische Zustandsänderungen dar.

a) Sind die $T-S$-Diagramme qualitativ konsistent mit den $P-V$-Diagrammen? (1 P)

b) Falls nein, wie sehen dann die korrekten $T-S$-Diagramme aus? (1 P)