Übungsblatt 2
für 25.4/28.4

Übungen zu Physik II: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr

H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110927, SS 2005

$http://pauli.uni-muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html$

SCHRIFTLICH:

Aufgabe 1: Gaussscher Satz I (1 P)
Berechnen Sie das Obeflächenintegral $J = \oint \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, \mathrm{d}O$ über die Oberfläche des Würfels $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$ für das Vektorfeld $\mathbf{F} = (xy + xz, y^2, x^2 + z^2)$. Verwenden Sie dazu den Gaussschen Satz.

Aufgabe 2: Gaussscher Satz II (2 P)
Gegeben sei das Vektorfeld $\mathbf{F} = (x^2 + xy + 2ze^y, -x^2 - y^2 - z^2, -2xz + 3yz)$. Berechnen Sie das Obeflächenintegral $J = \oint \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, \mathrm{d}O$ über die Oberfläche des durch die Flächen $x = 0$, $z = 0$, $y = 0$, $y = 3\sqrt{4 - 2x}$ und $z = 1/(2x^2 + 8)$ begrenzten Körpers. Verwenden Sie dazu den Gaussschen Satz.

MÜNDLICH:

Zur Wiederholung der Physik I

Aufgabe 1: Vektorrechnung (1 P)
Berechnen Sie das Skalarprodukt $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \sum_{i=1}^{N} a_i b_i$ für die 5-dimensionalen Vektoren $\mathbf{a} = (1, 3, -2, 3, 1)$ und $\mathbf{b} = (-3, 2, -6, 4, 1)$.
Berechnen Sie die Kreuzprodukte $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ und $\mathbf{b} \times \mathbf{a}$ für die 3-dimensionalen Vektoren $\mathbf{a} = (2, -1, 6)$ und $\mathbf{b} = (-3, 4, 1)$.

Aufgabe 2: Differentialrechnung (1 P)
Bestimmen Sie mit Hilfe der Trennung der Veränderlichen die Lösungen der Gleichungen

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x(t) = -\lambda\, x(t)$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x(t) = -\lambda\, x^2(t)$$

unter der Anfangsbedingung $x(t_0) = c$.
Zeigen Sie, daß die Gleichungen

$$\ddot{x}(t) + \Omega^2 x = 0 \ ,$$
$$\ddot{x}'(t) - Kx' = 0 \ , K > 0$$

durch $x(t) = a\sin(ct) + b\cos(ct)$ und $x'(t) = a'\sinh(c't) + b'\cosh(c't)$ gelöst werden. Bestimmen Sie die Parameter a, b, c, a', b', c'.

Aufgabe 3: Polarkoordinaten (1 P)
Die Polarkoordinatentransformation lautet: $x = r\cos(\varphi)$, $y = r\sin(\varphi)$. Die Einheitsvektoren in Polarkoordinaten sind gegeben durch $\mathbf{e}_r = (\cos\varphi, \sin\varphi)$ und $\mathbf{e}_\varphi = (-\sin\varphi, \cos\varphi)$. Eine Trajektorie $\mathbf{r}(t)$ sei in Polarkoordinaten gegeben durch $\mathbf{r}(t) = r(t)\mathbf{e}_r(\varphi(t))$. Drücken Sie die zugehörige Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ und Beschleunigung $\mathbf{a}$ mit Hilfe von $\mathbf{e}_r$ und $\mathbf{e}_\varphi$ aus.

Aufgabe 4: Integralrechnung und Trägheitsmoment (1 P)
Für Flächen- und Volumenelemente gelten die Transformationen: $\mathrm{d}x\mathrm{d}y = r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi$ und $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = r^2 \sin\vartheta \mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}\vartheta$.
Berechnen Sie das Flächenintegral $I_1 = \int_A \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, wobei A die Fläche eines Kreises mit Radius R ist. Berechnen Sie das Volumenintegral $I_2 = \int_V \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, wobei V das Volumen einer Kugel mit Radius R ist. Berechnen Sie das Trägheitsmoment $J_z = \rho_0 \int_V (x^2 + y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ für einen Zylinder mit konstanter Dichte ρ_0 für $x^2 + y^2 \leq a$ und $0 \leq z \leq h$.

Aufgabe 5: Newtonsches Gesetz und freier Fall (1 P)
Das Newtonsche Gesetz lautet $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Betrachten Sie ein Teilchen mit Masse m, daß sich unter der Schwerkraft $\mathbf{F} = -mg\mathbf{e}_z$ bewegt. Bestimmen Sie die Funktion $z(t)$ mit Hilfe des Newtonschen Gesetzes unter der Anfangsbedingung $z(t_0) = c$.

Aufgabe 6: Energiesatz (2 P)
Gegeben sei ein Teilchen mit der Position $x(t)$ und der Masse m auf das eine Kraft $F = -Kx$ einwirkt mit $K > 0$.
(i) Stellen Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung auf. (ii) Leiten Sie den Energiesatz her. (iii) Bestimmen Sie die Ausdrücke für die potentielle und kinetische Energie des Teilchens. (iv) Wie lautet die Lösung der Netwonschen Bewegungsgleichung (siehe auch Aufgabe 2)? (v) Setzen Sie die explizite Lösung der Newtonschen Bewegungsgleichung in den Energiesatz ein und zeigen Sie auf diese Weise, daß der Energiesatz erfüllt ist.