

Übungsblatt 3
für 2.5

Übungen zu Physik II: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr

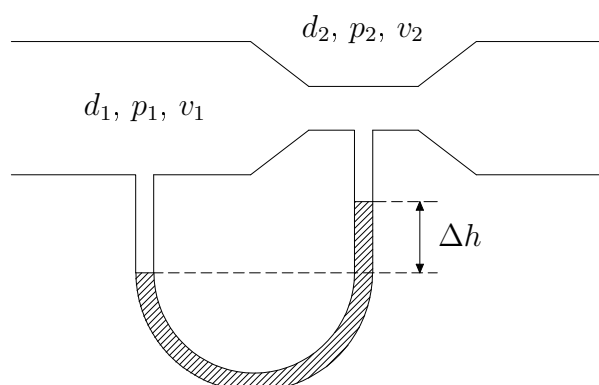
H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110927, SS 2005

<http://pauli.uni-muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html>

SCHRIFTLICH:

Aufgabe 1: Bernoullische Gleichung (2 P)

Ein mit Wasser gefülltes Venturi-Rohr (s. Abb.) hat einen Durchmesser von $d_1 = 10$ cm und $d_2 = 5$ cm. Ein Quecksilbermanometer zeigt einen Differenzdruck von Δh mm Quecksilbersäule an ($\rho_{\text{Hg}} = 13,5$ g/cm³). Wie groß ist der Durchsatz Q , wenn das Manometer $\Delta h = 50$ mm anzeigt?



Aufgabe 2: Hagen-Poiseuillesches Gesetz (2 P)

Durch eine Wasserleitung, die aus einem zylindrischen Rohr mit einem Innendurchmesser von $d_1 = 25$ mm besteht, strömt Wasser mit einer Volumenstromstärke von $\dot{V}_1 = 20$ l/min. Durch Kalkablagerungen verringert sich der Rohrdurchmesser im Laufe der Zeit auf $d_2 = 23$ mm. Auf welchen Wert \dot{V}_2 vermindert sich dadurch die Volumenstromstärke, wenn alle anderen Bedingungen unverändert bleiben? Um welchen Faktor $k = \Delta p_2 / \Delta p_1$ müsste die Druckdifferenz zwischen Anfang und Ende der Leitung erhöht werden, um die ursprüngliche Volumenstromstärke aufrecht zu erhalten?

MÜNDLICH:

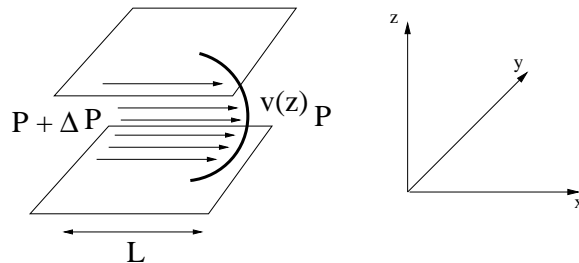
Aufgabe 1: Laminare Plattenströmung (2 P)

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ (mit $\mathbf{r} = (x, y, z)$) der stationären, laminaren Strömung zwischen zwei Platten mit Hilfe der Navier-Stokes-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + [\mathbf{v} \cdot \nabla] \mathbf{v} = \nu \Delta \mathbf{v} - \nabla P . \quad (1)$$

Betrachten Sie dazu einen Abschnitt der Länge L auf dem ein Druckunterschied von ΔP herrscht, siehe Abbildung. Die Platten haben den vertikalen Abstand h und ruhen (d.h. $v(0) = 0$ und $v(h) = 0$). Zeichnen Sie das Geschwindigkeitsprofil \mathbf{v} .

Hinweis: Ersetzen Sie ∇P durch $-L^{-1} \Delta P \mathbf{e}_x$ und machen Sie sich klar, daß $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (v_x(z), 0, 0)$ gilt.

**Aufgabe 2: Laminare Doppelrohrströmung (2 P)**

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ der stationären, laminaren Strömung zwischen zwei Zylinderrohren mit Hilfe der Navier-Stokes-Gleichung (1). Betrachten Sie dazu einen Abschnitt der Länge L auf dem ein Druckunterschied von ΔP herrscht. Das innere Rohr habe den Radius b . Das äußere Rohr habe den Radius a , siehe Abbildung.

Hinweis: Ersetzen Sie ∇P durch $-L^{-1} \Delta P \mathbf{e}_z$, verwenden Sie den Laplace-Operator in Zylinderkoordinaten

$$\Delta f(\mathbf{r}) = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] f(\mathbf{r}(r, z, \varphi)) \quad (2)$$

und machen Sie sich klar, daß $\mathbf{v}(\mathbf{x}) = v_z(r) \mathbf{e}_z$ gilt.

