Übungsblatt 4
für 9.5/12.5

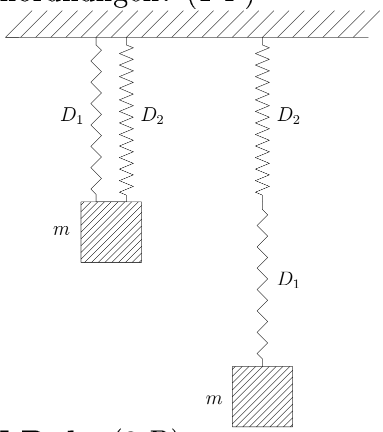
**Übungen zu Physik II: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr**
*H. F. Arlinghaus, R. Friedrich*, Veranstaltung Nr. 110927, SS 2005

*http : //pauli.uni − muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html*
SCHRIFTLICH:

**Aufgabe 1: Addition von Federkonstanten**
Zwei Federn mit den Federkonstanten $D_1$ und $D_2$ werden einzeln durch das Anhängen eines Körpers der Masse $m = 4\,\mathrm{kg}$ um $3\,\mathrm{cm}$ bzw. um $5\,\mathrm{cm}$ verlängert.

a) Berechnen Sie die Schwingungsfrequenz des Körpers an Feder 1 und 2. (1 P)

b) Wie groß sind die Auslenkung aus der Ruhelage und die Schwingungsfrequenz für die beiden skizzierten Anordnungen? (1 P)




**Aufgabe 2: Schwingung in einem U-Rohr** (2 P)
In einem U-Rohr mit der Querschnittsfläche $A = 1\,\mathrm{cm}^2$ befinden sich $20\,\mathrm{ml}$ Quecksilber. Die Quecksilbersäule kann im Schwerefeld der Erde schwingen. Wie groß ist die Schwingungsdauer, wenn man die Reibung vernachlässigt?

**Aufgabe 3: Divergenz I** (1 P)
Es sei $\mathbf{r} = (x, y, z)$ der Ortsvektor im $\mathbb{R}^3$ und $r = |\mathbf{r}|$ dessen Betrag. Es sei $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$ ein gegebener Vektor in $\mathbb{R}^3$ und $n$ eine ganze Zahl. Berechnen Sie

$$\operatorname{div}(r\,\mathbf{a}) \qquad\qquad \operatorname{div}(r^n\,\mathbf{r}) \tag{1}$$

**Aufgabe 4: Divergenz von Gradientenfeldern** (2 P)
Gegeben seien die skalaren Felder

$$\varphi(\mathbf{r}) = \sin(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) \qquad\qquad \psi(\mathbf{r}) = \exp\{-\alpha\, r^2\} \tag{2}$$

mit $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ und $\alpha > 0$. Berechnen Sie hieraus die Gradientenfelder und anschließend deren Quellen.

**Aufgabe 5: Gauss'scher Satz** (2 P)
Berechnen Sie mit Hilfe des Gauss'schen Satzes das Oberflächenintegral $\oint \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}O$ des Vektorfeldes $\mathbf{v}(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$ über die Oberfläche des Einheitswürfels.

MÜNDLICH:
**Aufgabe 6: Strömungsprofil**
Die Umströmung eines Kreiszylinders vom Radius $R$, der senkrecht auf der $xy$-Ebene steht und dessen Achse durch den Ursprung geht, läßt sich durch das Geschwindigkeitspotential

$$\phi(x, y) = cx\left(1 + \frac{R^2}{x^2 + y^2}\right) \qquad (3)$$

mit $c \in \mathbb{R}$ und $x^2 + y^2 \geq R^2$ beschreiben.

a) Berechnen Sie das Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{v}(x, y) = \nabla\phi$ in der $xy$-Ebene. (2 P)

b) Berechnen Sie $\operatorname{div} \mathbf{v}$ und $\operatorname{rot}\mathbf{v}$. Setzen Sie dabei die $z$-Komponente $v_z$ gleich Null. (2 P)

c) Bestimmen Sie die Staupunkte $P(x, y)$ für die gilt $\mathbf{v}(x, y) = \mathbf{0}$. (1 P)

d) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsvektoren $\mathbf{v}(0, \pm R)$. (1 P)

**Aufgabe 7: Divergenz II** (2 P)
Berechne im Punkt $P(1, -1, 1)$ die Divergenz der Vektorfelder

$$\mathbf{v}(x, y, z) = (x, y, z) \qquad \mathbf{v}(x, y, z) = (xy, xyz, xz^2) \qquad (3)$$

**Aufgabe 8: Rotation I** (1 P)
Berechne im Punkt $P(1, 1, 1)$ die Rotation des Vektorfelds

$$\mathbf{v}(x, y, z) = (xz^2, 2x^2yz, 2yz^2) \qquad (4)$$

**Aufgabe 9: Rotation II**

a) Bestimmen Sie die Konstanten $a, b, c$ so, daß das Vektorfeld

$$\mathbf{v}(x, y, z) = (x + 2y + az, bx - 3y - z, 4x + cy + 2z) \qquad (5)$$

wirbelfrei ist. (2 P)

b) Bestimmen Sie für diesen Fall die Skalarfunktion $\phi(x, y, z)$ für die $\mathbf{v} = \nabla\phi$ gilt. (2 P)