Übungsblatt 5
für 23.5

Übungen zu Physik II: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr

H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110927, SS 2005

$http://pauli.uni-muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html$

*=Aufgaben aus der Experimentalphysik

SCHRIFTLICH:

Aufgabe 1: Pendelschwingungen* (3 P)

An einem $l = 20\,\mathrm{m}$ langen Kranseil hängt ein Betonklotz der Masse $m = 1{,}0\,\mathrm{t}$, der als Massenpunkt angenommen werden kann. Auf Grund einer Unachtsamkeit des Kranführers beginnt das Seil mit der maximalen Auslenkung von $\alpha_{\mathrm{max}} = 5{,}0^\circ$ zu schwingen. Reibung soll vernachlässigt werden.

a) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit v_{max}, die der Betonklotz im Verlauf der ersten Periode erreicht.

b) Berechnen Sie die Periodendauer T und stellen Sie die horizontale Auslenkung $y(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit grafisch dar. Zum Zeitpunkt $t = 0\,\mathrm{s}$ soll sich das Pendel bei der maximalen Auslenkung von $\alpha_{\mathrm{max}} = 5{,}0^\circ$ befinden.

c) Begründen Sie, dass die Kraft, die das Seil belastet, beim Durchgang durch die Ruhelage am größten ist. Berechnen Sie den Betrag dieser Kraft.

Aufgabe 2: Fourierreihen (2 P)

Gegeben sei eine Funktion $f(t)$ mit der Periode L: $f(t) = f(t+L)$. Die Funktion kann durch eine Fourierreihe $f_N(t)$ approximiert werden

$$f_N(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{N} a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{L}t\right) + \sum_{k=1}^{N} b_k \sin\left(\frac{2\pi k}{L}t\right) \tag{1}$$

mit

$$a_k = \frac{2}{L}\int_{-L/2}^{L/2} f(t)\cos\left(\frac{2\pi k}{L}t\right)\,\mathrm{d}t\ ,\ k = 0,1,2,\ldots \tag{2}$$

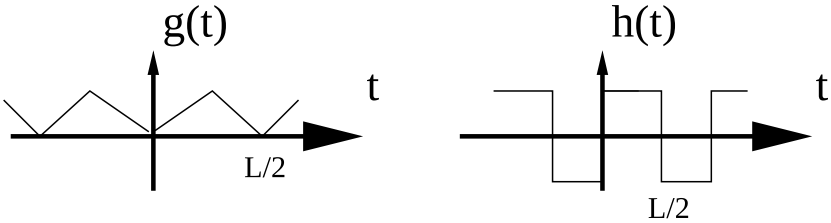
$$b_k = \frac{2}{L}\int_{-L/2}^{L/2} f(t)\sin\left(\frac{2\pi k}{L}t\right)\,\mathrm{d}t\ ,\ k = 1,2,\ldots \tag{3}$$

a) Bestimmen Sie die Fourierreihen der Zickzack-Funktion $g(t)$ und der Rechteckfunktion $h(t)$, die auf $x \in [-L/2, L/2]$ definiert sind als

$$g(t) = |t|\ ,\quad h(t) = \begin{cases} -1 & : \ -L/2 < t \leq 0 \\ 1 & : \ 0 < t \leq L/2 \end{cases} \tag{4}$$

und entsprechend in $\mathbb{R}$ fortgesetzt werden (siehe Abbildung unten).

b) Berechnen Sie die Approximationen g_N an der Stelle $t = L/2$ für $L = 1$ und $N = 1, 5, 11$. Welche Vermutung können Sie äußern für $N \to \infty$? Berechnen Sie h_N an der Stelle $t = L/2$.



MÜNDLICH:

Aufgabe 3: Integrale über periodische Funktionen (1 P)

Es sei $f(x)$ mit $x \in \mathbb{R}$ eine periodische Funktion mit der Periode L: $f(x) = f(x+L)$. Zeigen Sie, daß für beliebige $a, b \in \mathbb{R}$ die Integralbeziehung

$$\int_a^{a+L} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_b^{b+L} f(x)\,\mathrm{d}x \tag{5}$$

gilt (d.h., Sie dürfen die untere Integralgrenze beliebig verschieben für den Fall, daß Sie über eine ganze Periode integrieren).