Übungsblatt 9
für 20.6/23.6

Übungen zu Physik II: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr
H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110927, SS 2005

http://pauli.uni-muenster.de/menu/Arbeitsgebiete/friedrich.html

*=Aufgaben aus der Experimentalphysik

SCHRIFTLICH:

Aufgabe 1: Adiabatische Kompression* (1 P)

Wie hoch steigt die Temperatur der Luft (als ideales Gas angenommen) bei einer sehr raschen adiabatischen Kompression im pneumatischen Feuerzeug, wenn das Volumen auf ein Zehntel verkleinert wird? Benutzen Sie die Adiabate: pV^κ = konst. mit $\kappa = 1{,}4$ für zweiatomige Gase.

Aufgabe 2: Wärmepumpe* (2 P)

Eine CARNOT-Maschine wird als Wärmepumpe betrieben. Die Wärmepumpe entnimmt beim Heizen eines Raumes einem Wasserreservoir von 0 °C Wärme und gibt sie in dem zu heizenden Raum, der eine Temperatur von 20 °C hat, ab. 100 kg Wasser erstarren dabei zu Eis von 0 °C. Die Wärmepumpe habe den größtmöglichen (CARNOTschen) Wirkungsgrad. Die Schmelzwärme von Eis beträgt $Q_{\text{fest-flüssig}} = 334\,\text{J/g}$.

a) Welche Wärmemenge wird zu dem Raum transportiert?

b) Welche Arbeit ist dazu notwendig?

Aufgabe 3: Spezifische Wärmekapazitäten I

Die Zustandsgleichung des Van der Waals-Gases sei gegeben durch

$$\left(P + a\frac{N^2}{V^2}\right)(V - Nb) = NRT \ . \tag{1}$$

Die interne Energie des Gases sei gegeben durch

$$U_{vdW}(V,T) = C_V T - a\frac{N^2}{V} + U_0 \ , \tag{2}$$

wobei U_0 eine Konstante ist.

a) Berechnen Sie $C_P - C_V$ mit Hilfe von

$$C_P - C_V = \left[\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T + P\right] \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_P \ . \tag{3}$$

(2 P)

b) Es gilt allgemein:

$$\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T = T\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_V - P \ . \tag{4}$$

Zeigen Sie für den Spezialfall des Van der Waals-Gases, daß diese Beziehung erfüllt ist. Was folgt aus Gl. (4) für $C_P - C_V$? (2 P)

MÜNDLICH:

Aufgabe 4: Spezifische Wärmekapazitäten II

Gegeben seien die Zustandsgleichungen

$$P(V,T) = \frac{NRT}{V - Nb + Na/(RT)} \tag{5}$$

und

$$P(V,T) = \left(\frac{T}{3}\right)^{3/2} \left(\frac{N}{aV}\right)^{1/2} \tag{6}$$

a) Bestimmen Sie für beide Fälle $C_P - C_V$ mit Hilfe von

$$C_P - C_V = T \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_V \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_P \quad . \tag{7}$$

(2 P)

b) Für das durch Gl. (6) beschriebene Gas gilt

$$U(V,T) = \frac{a}{NV} \left(\frac{NVT}{3a}\right)^{3/2} \quad . \tag{8}$$

Zeigen Sie, daß Gl. (4) für Gln. (6) und (8) erfüllt ist. (2 P)

c) Entwickeln Sie Gl. (1) und Gl. (5) für kleine Parameter a und b (d.h. für $a \approx 0$ und $b \approx 0$) und zeigen Sie so, daß die beiden Gase in linearer Nährung identisch sind. (2 P)

Aufgabe 5: Kalorische und thermische Zustandsgleichung

Es gilt:

$$\left.\frac{\partial U}{\partial T}\right|_V = C_V(V,T) \tag{9}$$

und

$$\left.\frac{\partial C_V(V,T)}{\partial V}\right|_T = T \left.\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right|_V \tag{10}$$

Aus dem 1. Hauptsatz folgt dann

$$\mathrm{d}U = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right|_V \mathrm{d}T + \left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T \mathrm{d}V \tag{11}$$

mit Gl. (4)

$$\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T = T \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_V - P\ . \tag{12}$$

Ist $P(V,T)$ (thermische Zustandsgleichung) bekannt, so kann man mit Hilfe von Gln. (10) bis (12) $U(V,T)$ bestimmen (kalorische Zustandsgleichung). Dazu löst man zuerst die Differentialgl. (10) und erhält so $C_V + f(T)$. Danach bestimmt man $U(V,T)$ aus $\partial U/\partial T$ nach Gl. (10) bis auf eine unbekannte Funktion $g(V)$. Dann bestimmt man $U(V,T)$ aus $\partial U/\partial V$ nach Gl. (12) bis auf eine unbekannte Funktion $h(T)$, Durch Vergleich bestimmt man die unbekannten Funktionen f, g, h. Berechnen Sie $U(V,T)$ aus $P(V,T)$ für

a) das Van der Waals-Gas, siehe Gleichung (1) (2 P)
b) das Gas mit der Zustandsgleichung (6) (2 P)
c) ein Gas mit der Zustandsgleichung

$$P(T) = \frac{1}{3} a T^4 \tag{13}$$

(2 P)

Hinweis: Die Lösungen der Aufgaben sind Ihnen teilweise schon bekannt: Lösung von a) in Aufgabe 3; von b) in Aufgabe 4; von c) $U = aVT^4$. Ziel dieser Aufgabe soll der Rechenweg sein.