Übungen zu Physik II: Mo. 8-10 Uhr und Do. 8-10 Uhr
H. F. Arlinghaus, R. Friedrich, Veranstaltung Nr. 110927, SS 2005

Übungsblatt 12
Übungsklausur zur Vorlesung (ohne Experimentalphysik)
Physik II

Aufgabe 1: Fouriertransformierte

Die Fouriertransformierte $F(k)$ einer Funktion $f(x)$ sei definiert als

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp\{ikx\} \mathrm{d}x \tag{1}$$

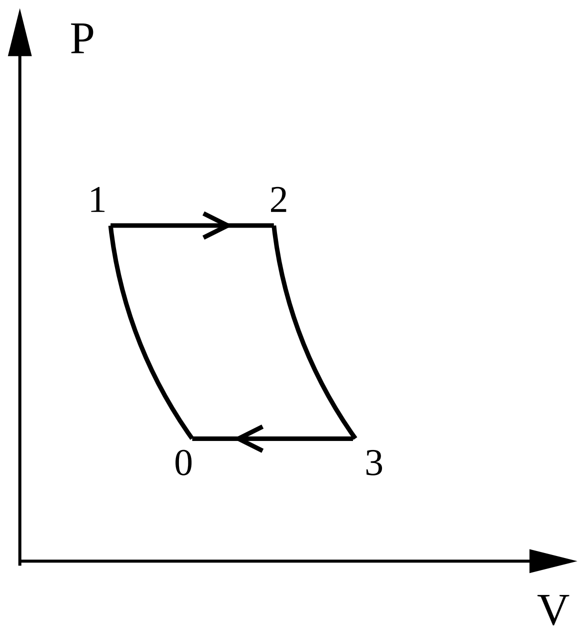
a) Berechnen Sie die Fouriertransformierte $F_1(k)$ der Funktion $f_1(x)$ die gegeben ist durch: $f_1(x) = 1$ für $x \in [-2a, 2a]$ mit $a > 0$ und $f_1(x) = 0$ sonst. Zeichnen Sie $f_1(x)$ und $F_1(k)$. (1 Pkt)

b) Berechnen Sie die Fouriertransformierte $F_2(k)$ der Funktion $f_2(x)$, die gegeben ist durch: $f_2(x) = 1$ für $x \in [-a-b, -a+b]$ oder $x \in [a-b, a+b]$ und $f_2(x) = 0$ sonst mit $a, b > 0$. Zeigen Sie, dass $F_2 = F_1$ für $a = b$. (1 Pkt)

Aufgabe 2: Kreisprozeß

Man betrachte einen Kreisprozeß, der sich gemäß der Abbildung aus zwei isobaren und zwei adiabatischen Zustandsänderungen zusammensetzt. Man nehme an, daß es sich um reversible Zustandsänderungen handelt und als Arbeitsmedium ein Mol eines idealen Gas verwendet wird. Für das ideale Gas gelte:

$$PV^{5/3} = \text{konstant (Adiabatengl.)} \ , \quad C_V = \frac{3}{2}R \ . \tag{2}$$



Hinweis: der Kreisprozeß beinhaltet drei verschiedene Temperaturen.

a) Es sei T_i die Temperatur, P_i der Druck, V_i das Volumen und U_i die innere Energie des Gases in dem Zustand i. Berechnen Sie T_i, P_i, V_i und U_i für die vier Zustände 0,1,2,3 als Funktionen der unabhängigen Variablen P_0, T_0, T_1 und T_2. Tragen Sie die Ergebnisse in eine Tabelle der Form

Zustand	T	P	V	U
0				
1				
2				
3				

ein. (3 Pkt)

b) Es sei A_{ik} die am Gas geleistete Arbeit und ΔQ_{ik} die Änderung der Wärmemenge des Gases während einer Zustandsänderung $i \to k$. Berechnen Sie A_{ik} und ΔQ_{ik} für die vier Zustandänderungen als Funktionen der Variablen P_0, T_0, T_1 und T_2. Tragen Sie die Ergebnisse in eine Tabelle der Form

Schritt	A_{ik}	ΔQ_{ik}
$0 \to 1$		
$1 \to 2$		
$2 \to 3$		
$3 \to 0$		

ein. (3 Pkt)

c) Wirkungsgrad: (2 Pkt)

Bestimmen Sie die gesamte am Gas geleistete Arbeit A als Funktion von P_0, T_0, T_1 und T_2.

Unter welchen Voraussetzungen ist A negativ und führt das System Arbeit ab? Welche Relationen müssen zwischen T_0, T_1 und T_2 bestehen?

In welchem der beiden isobaren Zustandänderungen wird dann Wärme dem Gas zugeführt?

Berechnen Sie für den Fall $A < 0$ den Wirkungsgrad η des Kreisprozeßes als Funktion von P_0, T_0, T_1 und T_2 und zeigen Sie, daß $\eta < 1$ gilt.

Aufgabe 3: Angetriebene Schwingungen in der Ebene

Ein Massepunkt mit der Masse m bewege sich in der XY-Ebene: $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), 0)$. In der x- und y-Richtung wirken harmonische Kräfte $F_x^{(1)} = -m\omega^2 x$, $F_y^{(1)} = -m\omega^2 y$. Zusätzlich wirke in x-Richtung noch die Kraft $F_x^{(2)} = \alpha m \omega^2 y$ mit $\alpha \geq 0$.

a) Wie lautet die Newtonsche Bewegungsgleichung? (1 Pkt)

b) Wie lautet die Lösung der Bewegungsgleichung für $y(t)$ zur Anfangsbedingung $x(0) = y(0) = 0$, $\mathrm{d}x(0)/\mathrm{d}t = 0$, $\mathrm{d}y(0)/\mathrm{d}t = \omega A$? (2 Pkt)

c) Zeigen Sie, daß die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} u(t) + \omega^2 u(t) = F_0 \sin(\omega t) \tag{3}$$

eine spezielle Lösung der Form

$$u(t) = B\, t \cos(\omega t) \tag{4}$$

hat. Wie hängt B von F_0 und ω ab? (1 Pkt)

d) Bestimmen Sie mit Hilfe der Ergebnisse aus b) und c) die Lösung der Bewegungsgleichung für $x(t)$ zu der in b) formulierten Anfangsbedingung. (1 Pkt)

e) Betrachten Sie die Lösungen $x(t)$ und $y(t)$ zu diskreten Zeitpunkten. Berechnen Sie:
$x(t_n)$, $y(t_n)$ für $t_n = n\pi/\omega$ und $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$,
$x(t'_n)$, $y(t'_n)$ für $t'_n = \pi(4n+1)/(2\omega)$ und $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$
$x(t''_n)$, $y(t''_n)$ für $t''_n = \pi(4n+3)/(2\omega)$ und $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.
Zeichnen Sie daraufhin qualitative das Bild der Trajektorie in der XY-Ebene. (2 Pkt)