Übungen zu Physik IV (SS 2002)

(G. Münster / T. Peitzmann)

Blatt 7

Aufgabe 27 (L:0;D:4): Operator-Adjungierte

Finden Sie die adjungierten Operatoren zu

a) $A_1 = x + \frac{d}{dx}$

b) $A_2\psi(x) = \alpha\psi(x), \quad \alpha \in \mathbb{C}$

c) $A_3\psi(x) = \psi(x+a), \quad a \in \mathbb{R}$

d) $A_4\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x-y)\psi(y)dy$

Aufgabe 28 (L:5;D:5): Kernradien und Interferenz

Die Intensitätsverteilung von an Kernen gestreuten Teilchen als Funktion des Streuwinkels θ kann man als Interferenzmuster der am Kernrand gestreuten deBroglie-Welle auffassen. Bei der Beugung an einer Scheibe vom Radius R treten die ersten Minima auf bei einem Winkel (in Bogenmaß) von:

$$\theta_1 \approx 0.61 \cdot \frac{\lambda}{R}.$$

a) Bei Streuungen von Elektronen einer Energie von $E = 420\,\text{MeV}$ an C ($A = 12$) tritt das Minimum auf bei $\theta_1 \approx 50°$.

Bei der Streuung von Neutronen einer kinetischen Energie $E_{kin} = 14.5\,\text{MeV}$ an Pb ($A = 208$) findet man das Minimum bei $\theta_1 \approx 35°$.

Die Streuung von positiv geladenen Pionen (instabile Elementarteilchen mit $m = 140\,\text{MeV}/c^2$) mit einer kinetischen Energie von $E_{kin} = 165\,\text{MeV}$ liefert für C ($A = 12$) ein Minimum bei $\theta_1 \approx 55°$ und bei Ca ($A = 40$) bei $\theta_1 \approx 38°$.

Berechnen Sie für alle Fälle die Radien der hypothetischen “Scheibe”.

b) Läßt sich aus den ermittelten Werten ein Potenzgesetz als Zusammenhang zwischen A und R ableiten? Diskutieren Sie mögliche Fehler bei der Bestimmung dieses Gesetzes (Stichwort: Vergleichbarkeit der Messungen).

Aufgabe 29 (L:3;D:3): Neutronenmasse und Kerndichten

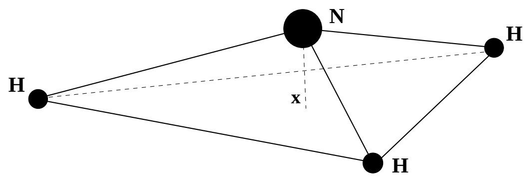
a) Die Masse des Neutrons kann man mit üblichen Methoden (Spektrometrie im Magnetfeld) nicht bestimmt werden. Man kann aber die Massen von Protonen ($m_p = 1.67262158 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$) und Deuteriumkernen (Deuteronen, $m_d = 3.343626 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$) sehr genau messen. Bei der Vereinigung von Proton und Neutron zu einem Deuteron wird γ-Strahlung von $E_\gamma = 2.2233\,\text{MeV}$ frei. Berechnen Sie die Masse des Neutrons.

Als atomare Masseneinheit (AME oder u) ist $(1/12) \cdot m(^{12}\text{C})$ festgelegt worden. Warum ist diese Definition zweckmäßiger als die Protonenmasse?

b) Berechnen Sie die Dichte von Kernmaterie. Wie groß wäre der Radius der Sonne ($R = 6.96 \cdot 10^8$ m, $M = 1.99 \cdot 10^{30}$ kg), wenn Sie sich zu einem Neutronenstern entwickeln würde, der in etwa die Dichte von Kernmaterie hat?

Aufgabe 30 (L:0;D:4): Ammoniak-Molekül

Das Ammoniak-Molekül NH_3 hat die Form einer Pyramide, wobei die H-Atome an den Ecken der Basis sitzen. Der Abstand des N-Atoms von der Mitte der Basis beträgt $a = 3,8 \cdot 10^{-11}$m.



Betrachtet man die H-Atome als starres Dreieck, und das N-Atom in einem variablen Abstand x von der Mitte des Dreiecks, so kann die potentielle Energie approximativ durch

$$V(x) = \lambda(x^2 - a^2)^2$$

beschrieben werden.

a) Experimentell ist $V(0) = 4,12 \cdot 10^{-20}$J bekannt. Bestimmen Sie den Paramter λ und die Frequenz ν für kleine Schwingungen um die Ruhelage und vergleichen Sie sie mit dem experimentellen Wert $\nu = 2,85 \cdot 10^{13}\mathrm{s}^{-1}$. Für die Masse ist die reduzierte Masse

$$m = \frac{3m_\mathrm{H} m_\mathrm{N}}{3m_\mathrm{H} + m_\mathrm{N}}$$

zu verwenden.

b) Das N-Atom kann durch die Basis-Ebene hindurchtunneln. Berechnen Sie den Exponenten B im Gamow-Faktor $T(0) = e^{-2B}$ für $E = 0$. Wiederum ist die reduzierte Masse zu verwenden.

c) Die beiden niedrigsten Energie-Eigenwerte liegen nahe beieinander und sind durch eine Lücke ΔE getrennt. Ein quantenmechanisches Näherungsverfahren liefert

$$\Delta E \approx 8\,\hbar\, a \sqrt{\frac{3B\lambda}{m\pi}}\; e^{-B}.$$

Berechnen Sie hiermit ΔE. Die Energie-Lücke findet Anwendung im Ammoniak-Maser, wo die zugehörige „Inversionsfrequenz“ $\nu_I = \Delta E/h$ angeregt wird. Vergleichen Sie ihren theoretischen Wert mit dem experimentellen $\nu_I = 2,38 \cdot 10^{10}\mathrm{s}^{-1}$.