

# Übungen zu Physik IV (SS 2002)

(G. Münster / T. Peitzmann)

## Blatt 9

### Aufgabe 36 (L:0;D:6,5): Eigenwerte des HO

Sei  $|n\rangle$  mit  $n \in \{0, 1, 2, \dots\}$  die Familie normierter Eigenvektoren des 1-dimensionalen harmonischen Oszillators. Sei  $\hat{A}$  die einem Operator  $A$  zugeordnete unendliche Matrix mit Einträgen  $\hat{A}_{m,n} = \langle m|A|n\rangle$ .

- Berechnen Sie  $\hat{P}$  und  $\hat{Q}$ . Schreiben Sie die linke obere Ecke dieser Matrix bis zur 5. Zeile bzw. Spalte explizit auf. *Hinweis:* Benutzen Sie die Leiteroperatoren  $a$  und  $a^+$ .
- Bestimmen Sie die Matrixprodukte  $\hat{P}^2$ ,  $\hat{Q}^2$ ,  $\hat{P}\hat{Q}$  und  $\hat{Q}\hat{P}$ .
- Ermitteln Sie  $\frac{1}{2m}\hat{P}^2 + \frac{m\omega^2}{2}\hat{Q}^2$  und  $\hat{P}\hat{Q} - \hat{Q}\hat{P}$  und kommentieren Sie die Ergebnisse.

### Aufgabe 37 (L:4,5;D:4,5): Zerfallsketten

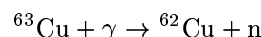
- Eine radioaktive Muttersubstanz zerfällt mit der Zerfallskonstanten  $\lambda_1$  in eine Tochtersubstanz, die ihrerseits mit der Zerfallskonstanten  $\lambda_2$  zerfällt. Berechnen Sie die Anzahl der Tochterkerne  $N_2(t)$ , wenn zu Beginn  $N_2(t=0) \neq 0$  ist. (Hinweis: Stellen Sie die Ratengleichung für  $dN_2/dt$  auf, multiplizieren Sie diese mit  $e^{\lambda_2 t}$  und nutzen Sie bei der folgenden Integration eine partielle Integration aus.)
- Eine Anwendung: Radioaktives Jod ( $^{131}\text{J}$ ) ist wegen seiner Ablagerung in der Schilddrüse gefährlich. Es entsteht aus dem Spaltprodukt Tellur ( $^{131}\text{Te}$ ) durch  $\beta$ -Zerfall mit einer Halbwertszeit von  $T_1 = 30$  h. Jod selbst zerfällt mit  $T_1 = 8$  d in das stabile Xenon ( $^{131}\text{Xe}$ ). Nach welcher Zeit ist aus einer reinen Tellur-Probe die maximale Aktivität an  $^{131}\text{J}$  entstanden?

### Aufgabe 38 (L:1;D:1): Radioaktive Datierung

Zur Bestimmung der Sedimentationsgeschwindigkeit wird eine Datierung mit Hilfe der C-14-Methode vorgenommen (Halbwertszeit von  $^{14}\text{C}$ :  $t_{1/2} = 5730$  a). Eine aus 1.5 m Tiefe der Sedimentschicht stammende organische Probe von 1 g wies eine  $^{14}\text{C}$ -Aktivität von 56.6 mBq auf. Die  $^{14}\text{C}$ -Aktivität von rezentem organischen Material beträgt 226 mBq/g. Wie groß ist die Sedimentationsgeschwindigkeit?

### Aufgabe 39 (L:2,5;D:2,5): Radioaktive Tracer

Zur Untersuchung von Legierungen verwendet man den radioaktiven  $\beta$ -Strahler  $^{62}\text{Cu}$  ( $t_{1/2} = 10$  min). Das Tracermaterial wird durch Photonenbestrahlung von  $^{63}\text{Cu}$  nach der Reaktion:



mit einer konstanten Rate von  $P = 100 \text{ s}^{-1}$  erzeugt. Nach welcher Zeit ändert sich die Zahl der erzeugten  $^{62}\text{Cu}$ -Kerne praktisch nicht mehr? Wie groß ist dann diese Zahl?

### Aufgabe 40 (L:0;D:1,5): Optimierungsproblem

Für einen Zustand des harmonischen Oszillators mit verschwindenden Erwartungswerten  $\langle P \rangle = \langle Q \rangle = 0$  ist der Erwartungswert der Energie

$$\bar{E} = \frac{1}{2m}(\Delta p)^2 + \frac{m\omega^2}{2}(\Delta x)^2.$$

Finden Sie das Minimum dieses Ausdrucks unter der Bedingung  $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$  und kommentieren Sie das Ergebnis.

#### **Zur Erinnerung:**

Die Klausur findet am Mittwoch, den 10. Juli 2002, 14.00 bis 17.00 Uhr im Hörsaal HS1 statt. Als Hilfsmittel sind 1 Blatt DIN A4 (Notizen) und ein Taschenrechner (ohne Textspeicher) erlaubt.