ÜBUNGEN zu PHYSIK IV (SS 2003) **Blatt 4**

H. Kohl & S.J. Linz 07.05.03

Besprechung der Übungsaufgaben: 16.05.03/20.05.03

schriftlich: E11,T5; Alle anderen Aufgaben/-teile mündlich

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: In der Dienstagsübung am 13.05.03

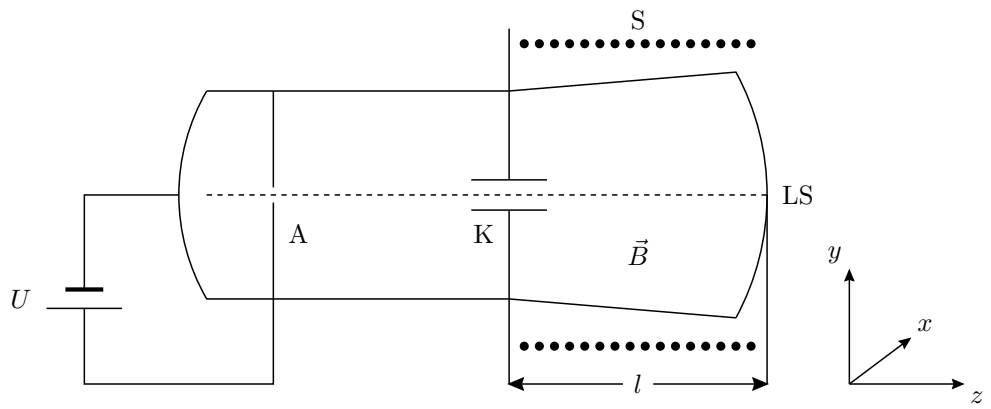
Aufgabe E11: Bestimmung von e/m nach BUSCH (6 Punkte)

Auf der Abbildung ist die Anordnung zur Bestimmung von e/m nach BUSCH dargestellt. Die aus der Glühkathode austretenden Elektronen werden bis zur Blende A beschleunigt. Die im Kondensator K erzeugte transversale Geschwindigkeit v_y läßt die Elektronen etwas von der magnetischen Flußdichte $\vec{B}$ spüren, die durch die äußere Spule S erzeugt wird.

a) Zeigen Sie, daß die Bahn der Elektronen, wenn man sie auf eine Ebene senkrecht zur Spulenachse projiziert, eine Kreisbahn ist, deren Umlaufzeit t_y unabhängig von der am Kondensator K anliegenden Spannung ist. (3 P)

b) Bei welcher Beschleunigungsspannung U treffen alle Elektronen nach ihrem Flug durch die BRAUNsche Röhre genau im Mittelpunkt des Leuchtschirms LS auf, wenn durch die äußere Spule eine konstante magnetische Flußdichte B_0 vorgegeben ist? (Prinzip der magnetischen Linse) (2 P)

c) Geben Sie an, wie mit dieser Anordnung das Verhältnis e/m bestimmt werden kann. (1 P)



Aufgabe E12: Oberflächentemperaturen (2 Punkte)

Die Sonne hat ihr Strahlungsmaximum bei 500nm (gelb), der Sirius bei 240nm (blau). Berechnen Sie die Oberflächentemperaturen dieser Himmelskörper.

Aufgabe E13: Stefan-Boltzmann-Gesetz (2 Punkte)

Die Strahlungsleistungsdichte eines schwarzen Körpers wird durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz $P = \sigma T^4$ mit $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\mathrm{W/m^2K^4}$ beschrieben. Die gesamte Strahlungsleistung ist $P_g = \sigma A T^4$, (A = abstrahlende Fläche). Wie groß ist die gesamte Strahlungsleistung der Sonne (Radius $R = 7 \cdot 10^8\mathrm{m}$)?

Aufgabe T5: Teilchen im Zentralkraftfeld (8 Punkte)

Betrachten Sie die dreidimensionale Bewegung eines Teilchens der Masse m, dessen potentielle Energie $V(r)$ nur vom Abstand zum Ursprung abhängt.

a) Geben Sie die Komponenten (v_r, v_θ, v_ϕ) der Teilchengeschwindigkeit in sphärischen Koordinaten (r, θ, ϕ) an und bestimmen Sie die Lagrange-Funktion $L = L(r, \theta, \phi, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi})$. (2 P)

b) Berechnen Sie aus a) die generalisierten Impulse p_r, p_θ, p_ϕ und damit die zugehörige Hamilton-Funktion $H = H(r, \theta, \phi, p_r, p_\theta, p_\phi)$. Berechnen Sie die sechs Hamilton-Gleichungen der Bewegung im Zentralkraftfeld. (3 P)

c) Geben Sie die Komponenten des Drehimpulses des Teilchens, $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$, in sphärischen Koordinaten an und berechnen Sie daraus $\vec{L}^2$. Eliminieren Sie in der Hamilton-Funktion die Abhängigkeiten von p_θ und p_ϕ zugunsten von $\vec{L}^2$ und begründen Sie, warum die Partikeldynamik im Zentralkraftfeld effektiv durch die Hamilton-Funktion $H = p_r^2/2m + V_{\mathrm{eff}}(r)$ beschrieben werden kann. Wie lautet $V_{\mathrm{eff}}(r)$? (3 P)

Aufgabe T6: Rechenregeln für Poisson-Klammern (6 Punkte)

Ausgehend von der Definition der Poisson-Klammer in Teil 1.3a) der Vorlesung beweise man folgende Rechenregeln:

a) Produktregel: $\{F, G_1 G_2\} = \{F, G_1\} G_2 + G_1 \{F, G_2\}$ (3 P)

b) Jacobi-Identität: $\{F, \{G, J\}\} + \{G, \{J, F\}\} + \{J, \{F, G\}\} = 0$ (3 P)

wobei F, G, G_1, G_2, J Funktionen von $\underline{x} = (x_1, ..., x_n)$ und $\underline{y} = (y_1, ..., y_n)$ sind und $\{.., ..\}$ definiert ist als

$$\{F, G\}_{\underline{x},\underline{y}} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial G}{\partial y_i} - \frac{\partial F}{\partial y_i} \frac{\partial G}{\partial x_i} \right).$$

Aufgabe T7: Erhaltungsgrößen und Poisson-Klammern (4 Punkte)

$F_1(\underline{q}, \underline{p}, t)$ und $F_2(\underline{q}, \underline{p}, t)$ seien Erhaltungsgrößen, d.h. $\mathrm{d}F_1/\mathrm{d}t = 0 = \mathrm{d}F_2/\mathrm{d}t$.
Zeigen Sie, daß dann auch die Poisson-Klammer $F = \{F_1, F_2\}_{\underline{q},\underline{p}}$ eine Erhaltungsgröße ist, wobei Sie Gebrauch von den allgemeinen Rechenregeln für Poisson-Klammern und der Poisson-Gleichung $\mathrm{d}F/\mathrm{d}t = \{F, H\}_{\underline{q},\underline{p}} + \partial_t F$ machen sollten.